

ЛЕКЦИЯ 4. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

4.1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

АксонOMETрическая проекция, или аксонOMETрия, дает наглядное изображение предмета на одной плоскости. Слово аксонOMETрия означает осеизмерение.

Способ аксонOMETрического проецирования состоит в том, что данную фигуру вместе с осями прямоугольных координат, к которым она отнесена в пространстве, параллельно проецируют на некоторую плоскость, принятую за плоскость аксонOMETрических проекций (ее называют также картинной плоскостью). При различном взаимном расположении осей координат в пространстве и плоскости аксонOMETрической проекции, а также при разном направлении проецирования можно получить множество аксонOMETрических проекций, отличающихся одна от другой направлением аксонOMETрических осей и масштабами по ним. В отечественной конструкторской документации аксонOMETрические проекции стандартизованы в ГОСТ 2.317-69. Он предусматривает три частных вида аксонOMETрических проекций: ортогональную изометрию, ортогональную диметрию и фронтальную (косоугольную) диметрию.

Рассмотрим, как будут направлены аксонOMETрические оси, а также как будет осуществляться масштабирование по ним в случае направления проецирования, перпендикулярного аксонOMETрической плоскости проекций, т.е. для прямоугольной аксонOMETрической проекции.

На рис. 4.1 изображена пространственная система ортогональных координат Ox, Oy, Oz , а также единичные отрезки e на осях координат и их проекции в направлении S на некоторую (картинную) плоскость ϵ , являющуюся аксонOMETрической плоскостью проекций.

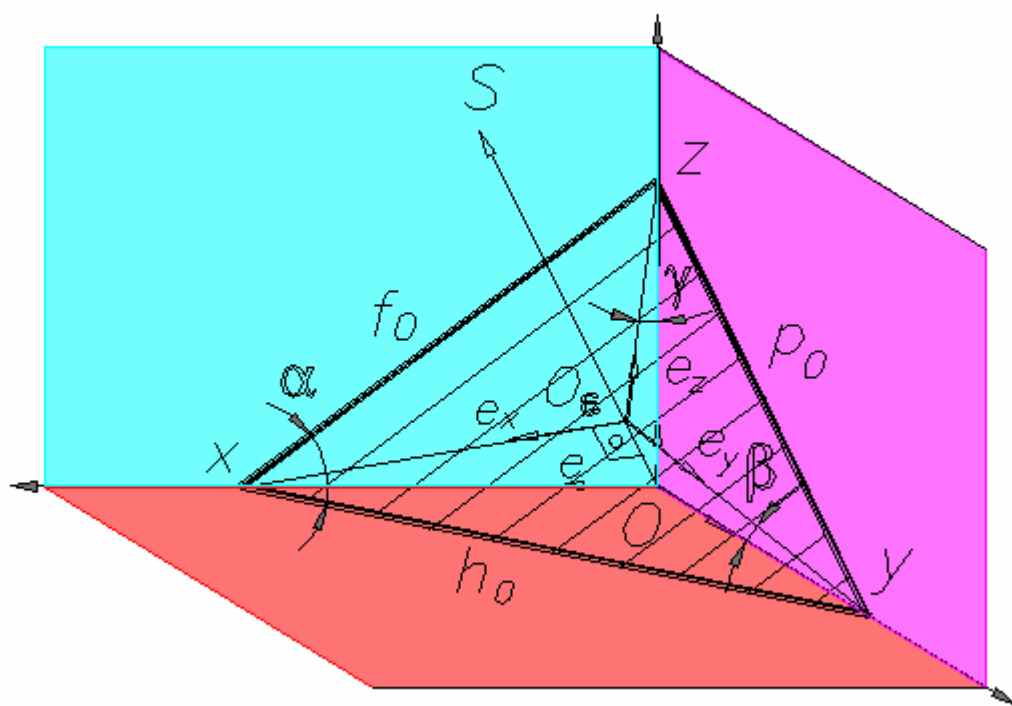


Рис. 4.1

Проекции e_x, e_y, e_z отрезка e на соответствующих аксонOMETрических осях Oe_x, Oe_y, Oe_z в общем случае не равны отрезку e и не равны между собой. Эти проекции являются единицами измерения по аксонOMETрическим осям – аксонOMETрическими масштабами. Отношения:

$e_x/e = k$; $e_y/e = m$; $e_z/e = n$ называют коэффициентами искажения по аксонометрическим осям. В частном случае положение картинной плоскости можно выбрать таким, что аксонометрические единицы – отрезки e_x , e_y , e_z – будут равны между собой или будет равна между собой пара этих отрезков.

При $e_x = e_y = e_z$ ($k = m = n$) аксонометрическую проекцию называют изометрической, искажения по всем осям в ней одинаковы. При равенстве аксонометрических единиц по двум осям, обычно при $e_x = e_y \neq e_z$ ($k = m \neq n$), имеем диметрическую проекцию. Если $e_x \neq e_y \neq e_z$ ($k \neq m \neq n$), то проекцию называют триметрической.

Отрезки Oe_x , Oe_y , Oe_z являются аксонометрическими проекциями отрезков Ox , Oy , Oz .

Обозначим углы между осями координат и их проекциями на плоскости ϵ через α , β , γ .

Тогда $Oe_x/Ox = \cos \alpha$; $Oe_y/Oy = \cos \beta$; $Oe_z/Oz = \cos \gamma$.

Эти отношения являются коэффициентами искажения, т.е.

$k = \cos \alpha$; $m = \cos \beta$; $n = \cos \gamma$.

Поскольку треугольники Oe_xO , Oe_yO и Oe_zO прямоугольные, то сумма квадратов направляющих косинусов равна единице:

$$\cos^2 (\pi/2-\alpha) + \cos^2 (\pi/2-\beta) + \cos^2 (\pi/2-\gamma) = 1.$$

Отсюда

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1,$$

$$\text{или } 1 - \cos^2 \alpha + 1 - \cos^2 \beta + 1 - \cos^2 \gamma = 1,$$

$$\text{следовательно, } \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 2.$$

Таким образом

$$k^2 + m^2 + n^2 = 2,$$

т.е. сумма квадратов коэффициентов искажения равна 2.

4.2 ОРТОГОНАЛЬНАЯ ИЗОМЕТРИЯ

В изометрической проекции все коэффициенты равны между собой:

$$k + m + n; k^2 + m^2 + n^2 = 2,$$

тогда

$$3k^2 = 2,$$

откуда

$$k = \sqrt{2/3} \approx 0,82.$$

Следовательно, при построении изометрической проекции размеры предмета, откладываемые по аксонометрическим осям, необходимо умножать на 0,82. Поскольку такой перерасчет размеров неудобен, обычно изометрическую проекцию для упрощения выполняют без уменьшения размеров (искажения) по осям x , y , z , т.е. принимают приведенный коэффициент искажения равным единице. При этом увеличение изображения предмета составляет 22% ($1/0,82 = 1,22$).

Каждый отрезок, направленный по осям x , y , z или параллельно им, сохраняет свою величину.

Расположение осей изометрической проекции показано на рис. 4.2. Очевидно, что они расположены под углом 120° одна к другой.

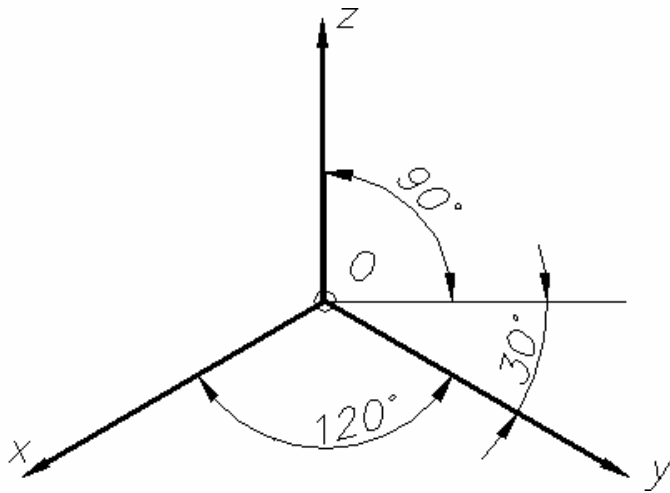


Рис. 4.2

На рис. 4.2, а показаны ортогональные, а на 4.2, б – изометрические проекции точки А.

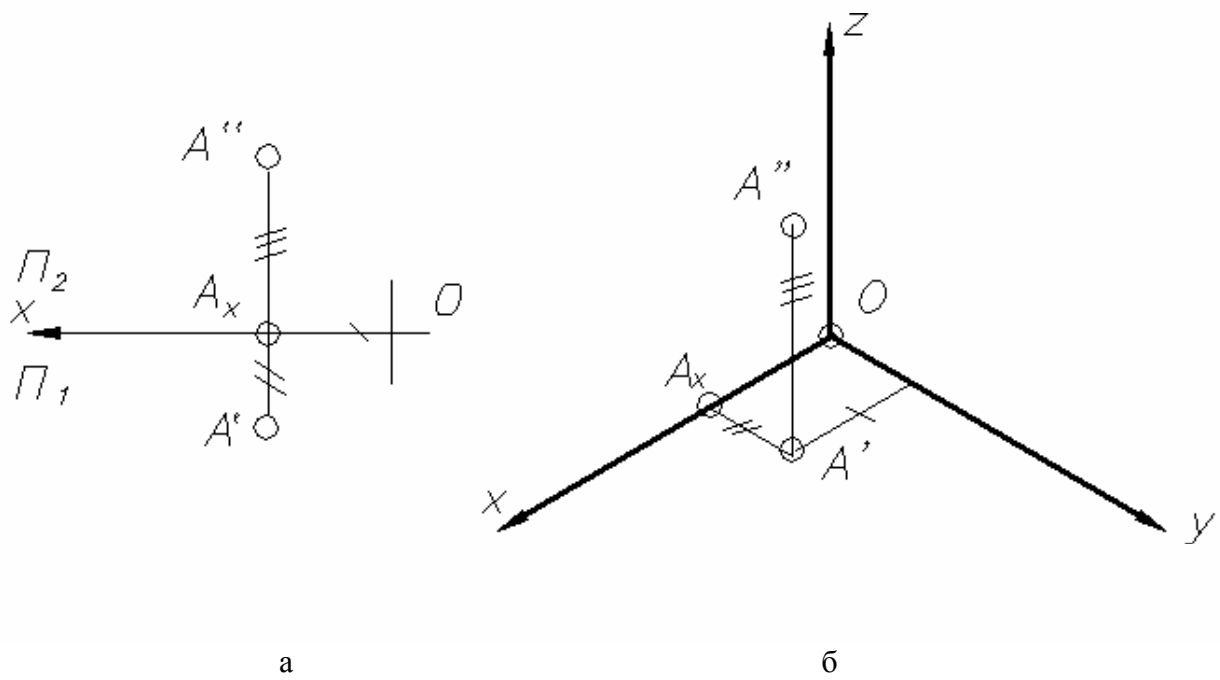


Рис. 4.2

На рис. 4.2, в приведен пример построения куба в изометрии.

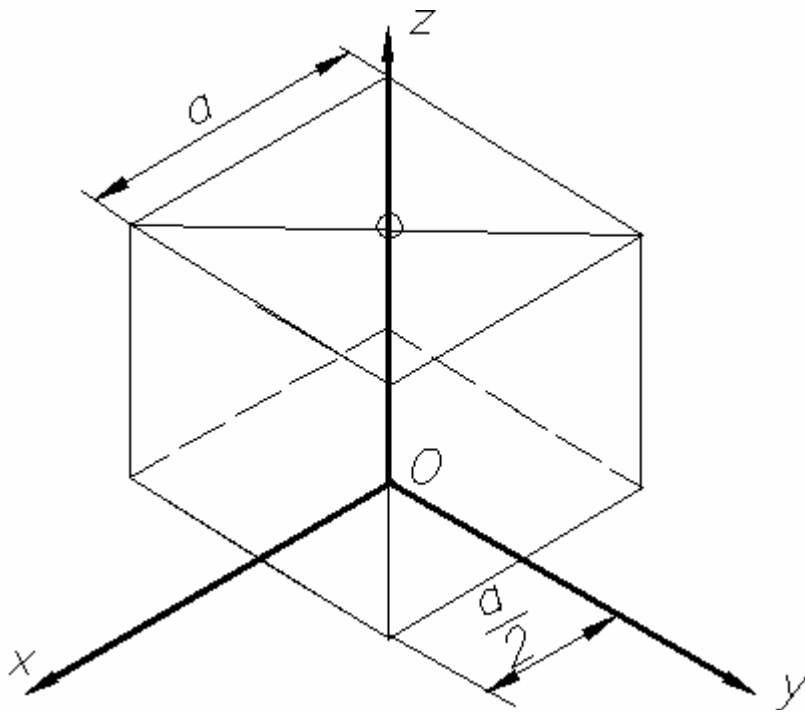


Рис. 4.2, в

Приведем пример построения в изометрии правильного шестиугольника (рис. 4.3, а, б).

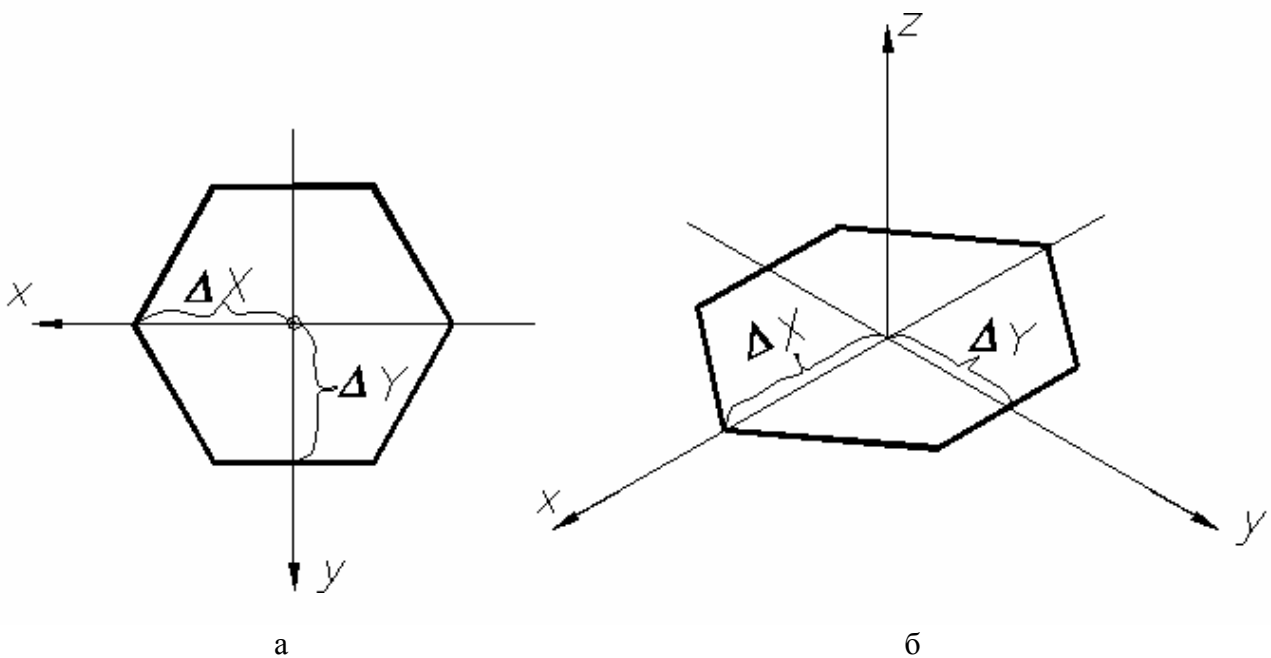


Рис. 4.3

На приведенном рисунке за оси координат приняты оси симметрии шестиугольника — x и y . Для построения изометрической проекции от начала аксонометрических осей O по оси X отложены отрезки ΔX (влево и вправо). Коэффициенты искажений по всем осям приняты равными единице.

Замечая, что оставшиеся вершины симметричны относительно осей координат, откладываем вдоль оси Y отрезки ΔY (вверх и вниз). Затем через точки 1 и 2 проводят отрезки, параллельные оси X . Длина каждого отрезка равна удвоенной величине X_b , которая

замеряется по исходному шестиугольнику. Полученные точки А, В, С, D, Е, F соединяют отрезками прямых линий.

На рис. 4.3.1 показаны изображения эллипсов, расположенных в различных гранях куба, и величины осей эллипсов для прямоугольной изометрии.

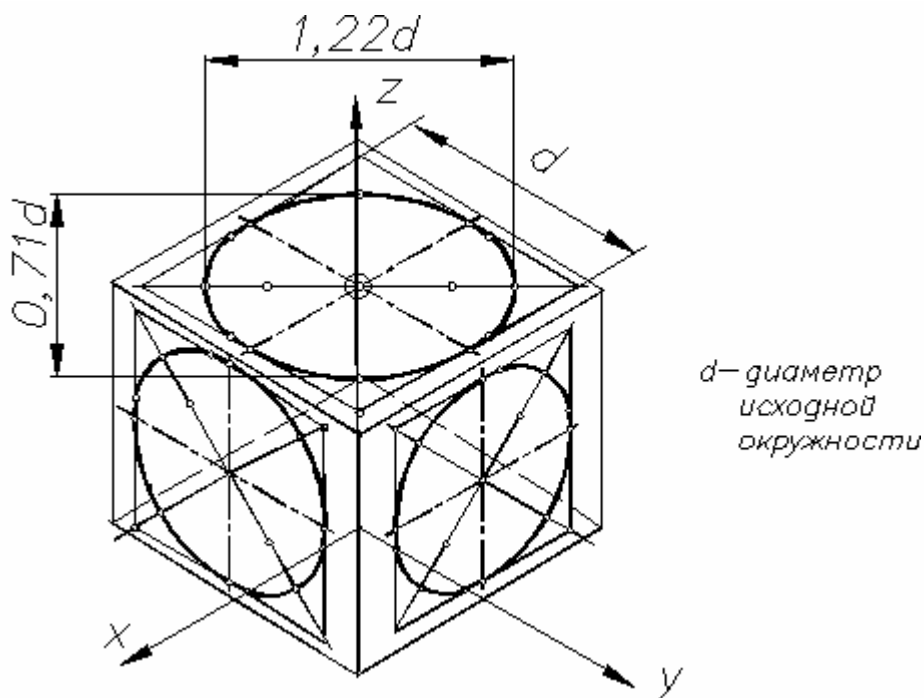


Рис. 4.3.1

На рис. 4.3.2 приведен один из вариантов построения эллипсов в изометрии.

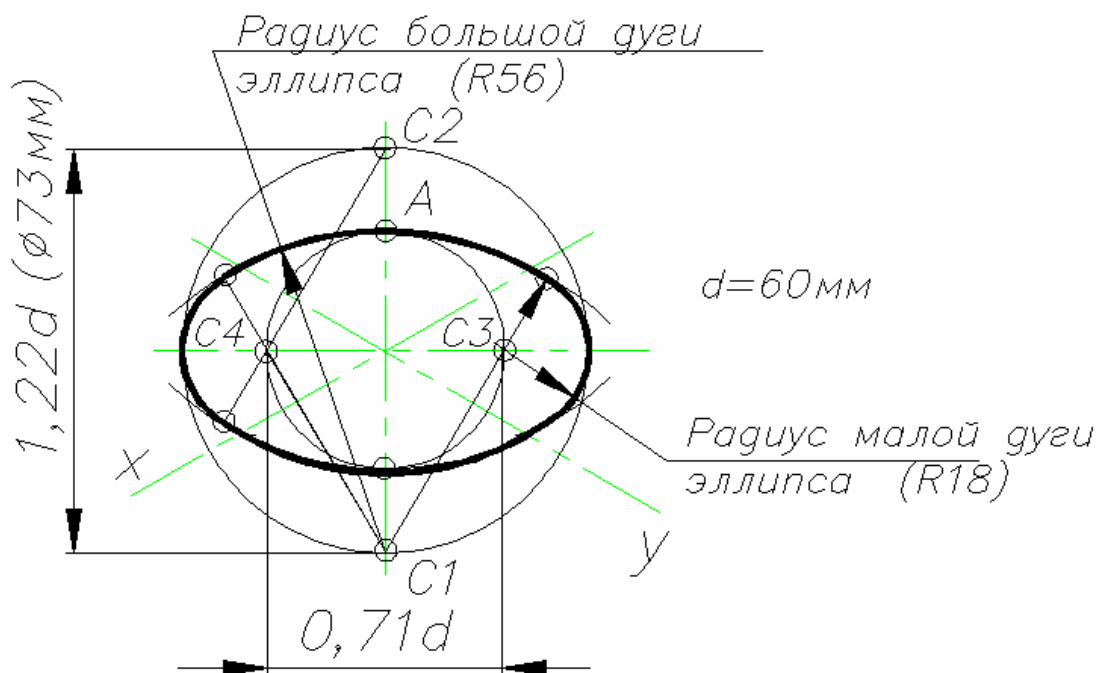


Рис. 4.3.2

Из точки пересечения осей проводится две вспомогательные окружности – малая – диаметром $0,71d$, где d – диаметр исходной окружности, и большая, диаметром $1,22d$. Затем из нижней точки $C1$ большой окружности, как из центра, проводится дуга радиусом $C1A$, до

касания верхней точки малой окружности. Аналогичные построения выполняются из центра S_2 и достраивается нижняя часть эллипса.

Далее находится центр S_3 малой дуги эллипса, из которого проводится дуга до касания с большой окружностью. Аналогично строится левая часть эллипса с центром в точке S_4 .

На рис. 4.3.3 приведен пример построения цилиндра в изометрии и точки M , лежащей на его боковой поверхности.

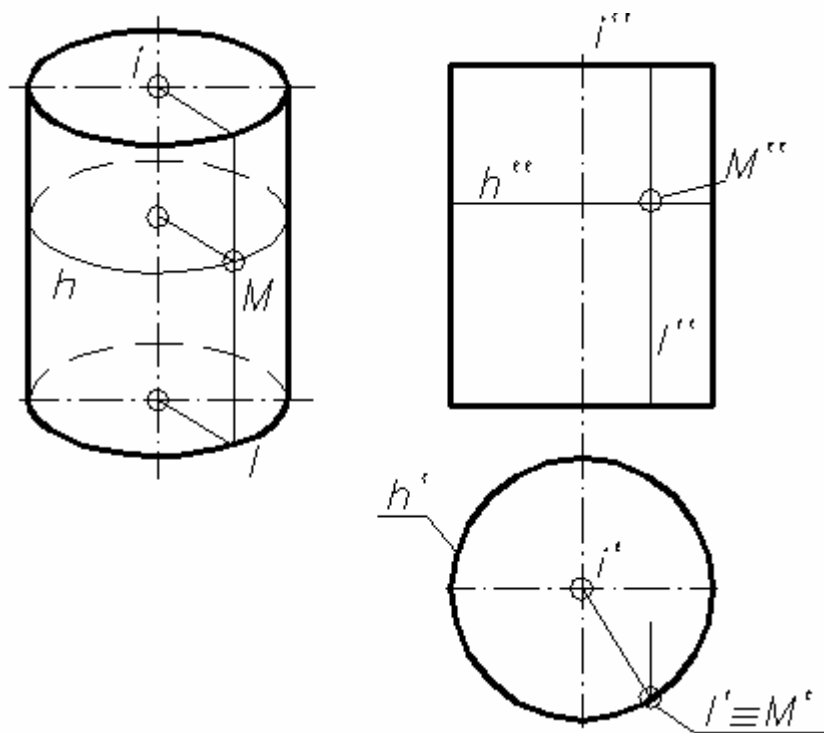


Рис. 4.3.3

На рис. 4.3.4 показано направление линий штриховки при выполнении разрезов на изометрической проекции.

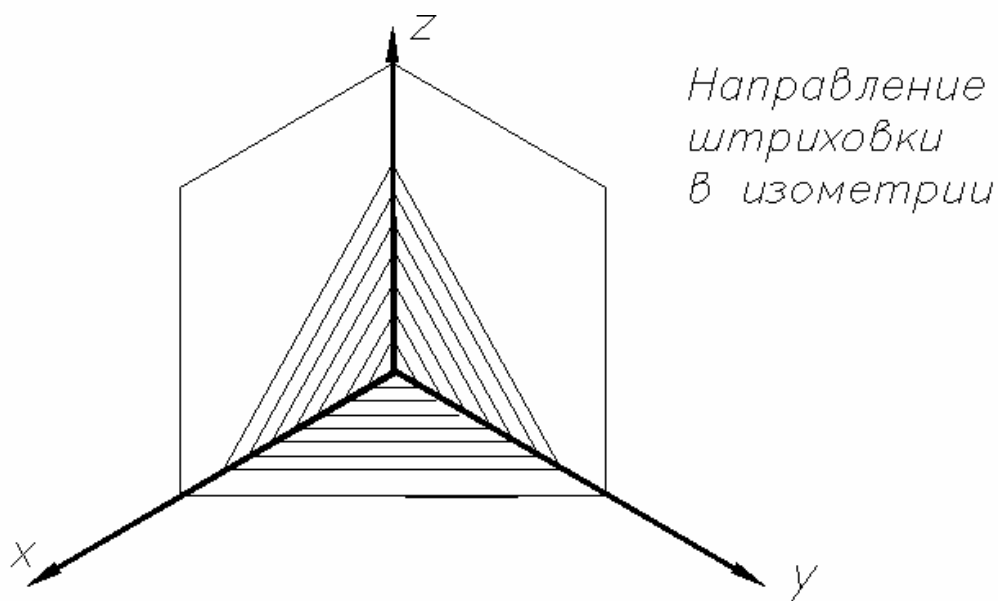


Рис.4.3.4

На рис. 4.3.5 показан пример выполнения изометрии цилиндрической детали с четвертным вырезом.

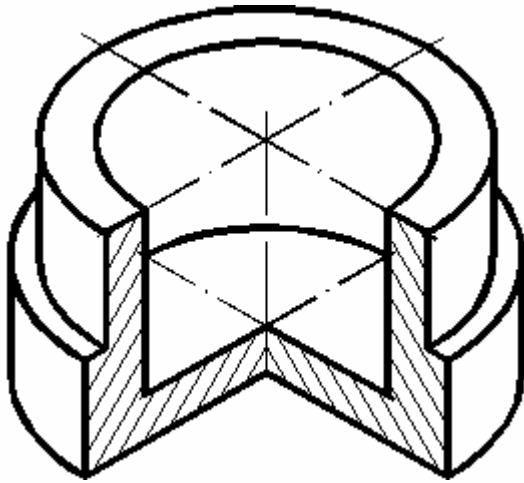
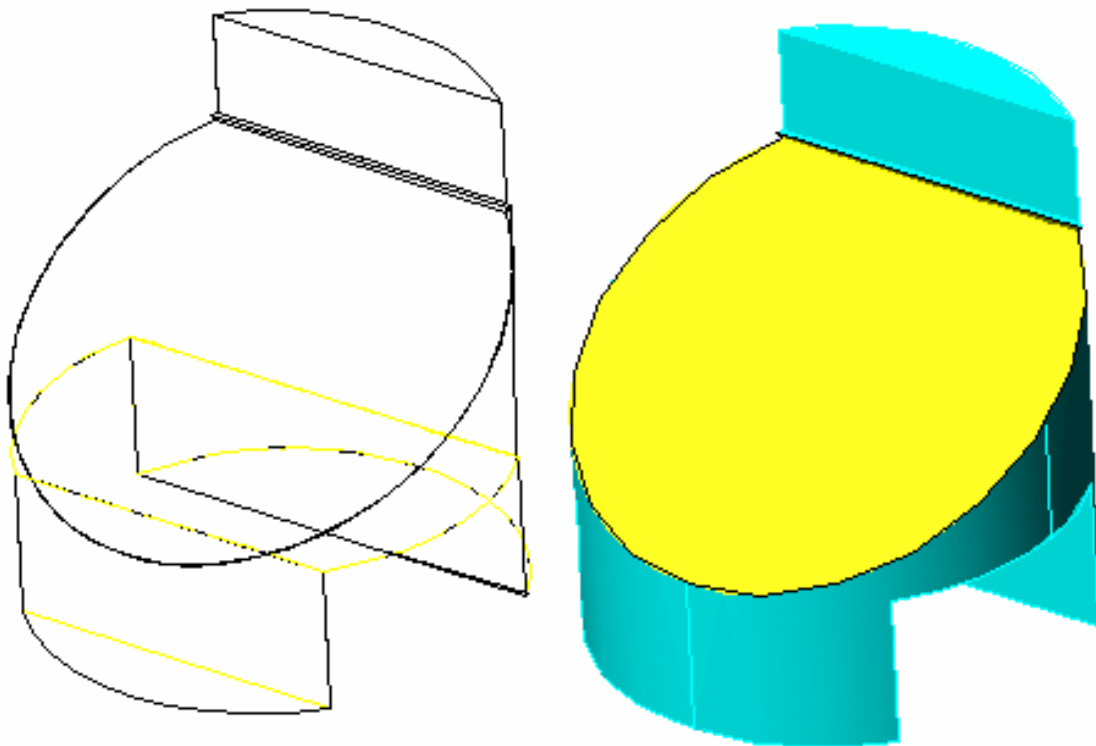
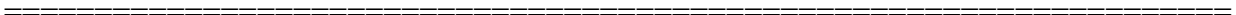
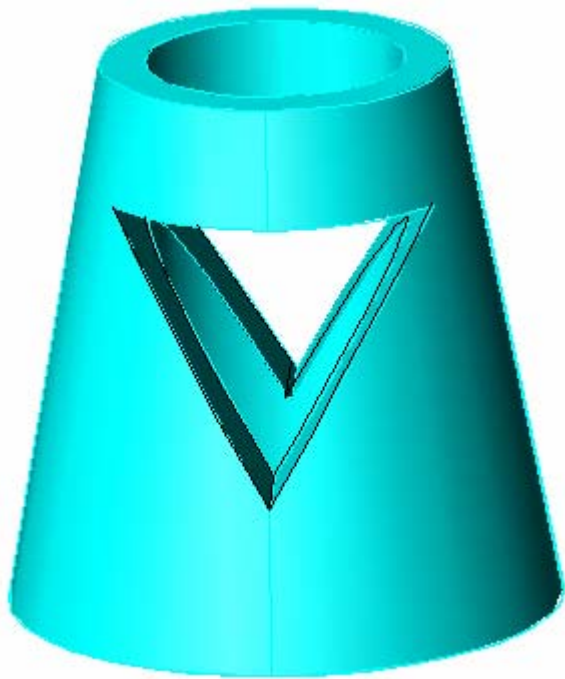
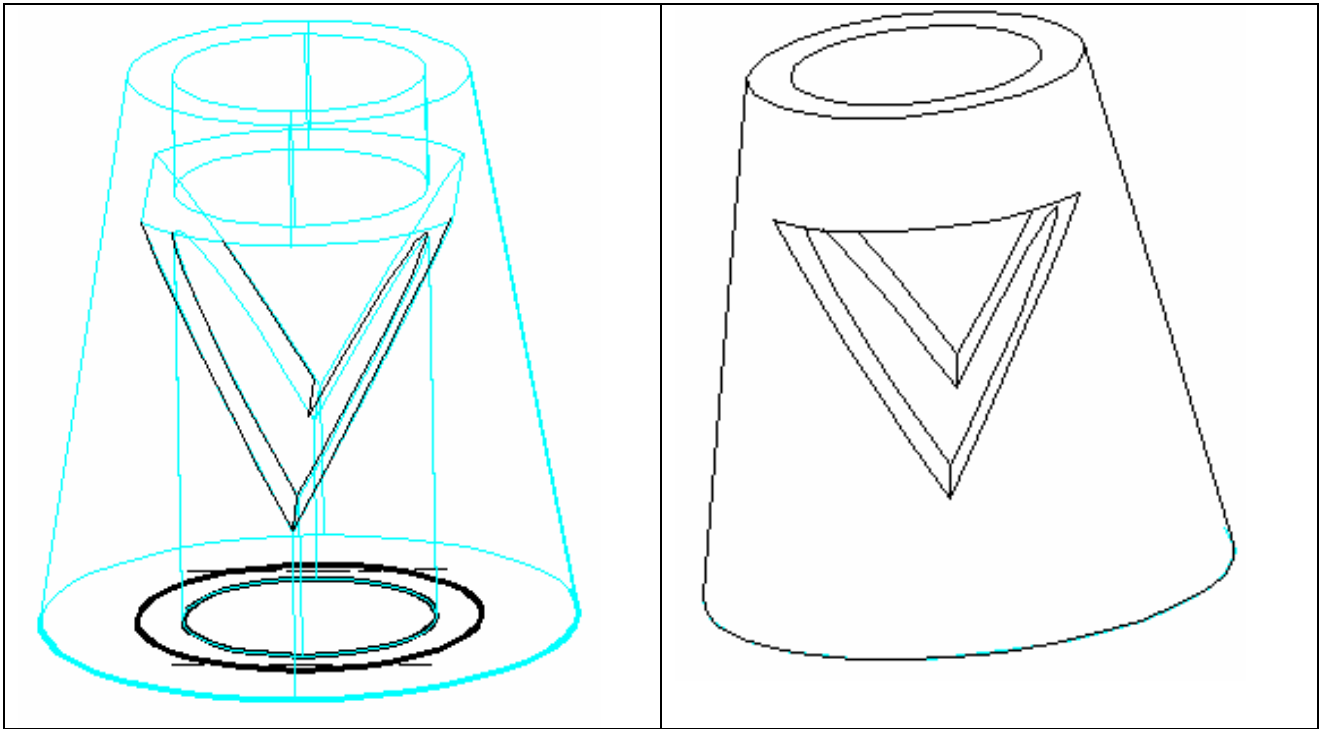


Рис. 4.3.5

Ниже представлено несколько примеров аксонометрических изображений различных геометрических фигур.





4.3. ОРТОГОНАЛЬНАЯ ДИМЕТРИЯ

Коэффициенты искажений в диметрической проекции имеют следующие значения:

$$k = n; m = 1/2 k. \text{ Тогда } 2k^2 + 1/4 k^2 = 2;$$

$$k = \sqrt{8/9} \approx 0,94; m \approx 0,47.$$

В целях упрощения построений в соответствии с ГОСТ 2.317 – 69, как и в изометрических проекциях, приведенный коэффициент искажения по осям X и Z принимают равным единице; а по оси Y коэффициент искажения равен 0,5. Следовательно, по осям X и Z или параллельно им все размеры откладывают в натуральную величину, а по оси Y размеры уменьшают вдвое. Увеличение в этом случае составляет 6% (выражается числом $1,06 = 1 : 0,94$). Расположение осей X и Y в диметрической проекции, полученное расчетным путем, показано на рис. 4.4.

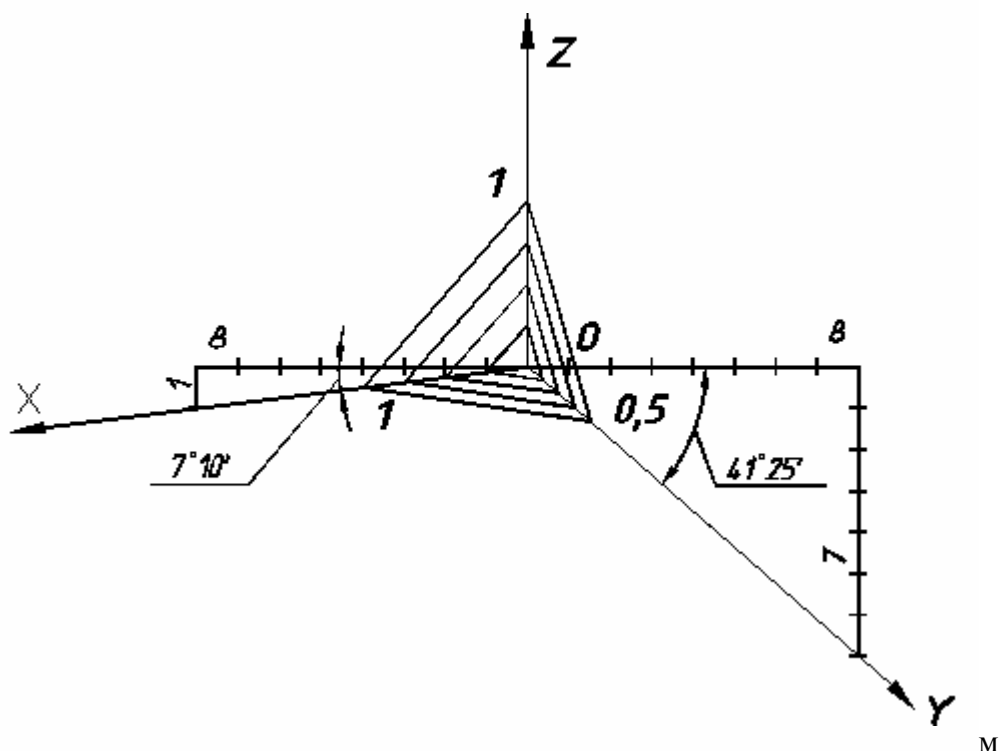


Рис. 4.4

С достаточной для практических целей точностью в прямоугольной диметрии оси X и Y можно строить по тангенсам углов:

$$\text{tg } 7^\circ 10' \approx 1/8; \quad \text{tg } 42^\circ 25' \approx 7/8.$$

Продолжение оси y за центр O является биссектрисой угла xOez, что также может быть использовано для построения оси Y.

На рис. 4.5 приведены окружности в диметрической проекции с указанием соответствующих значений величин осей эллипсов.

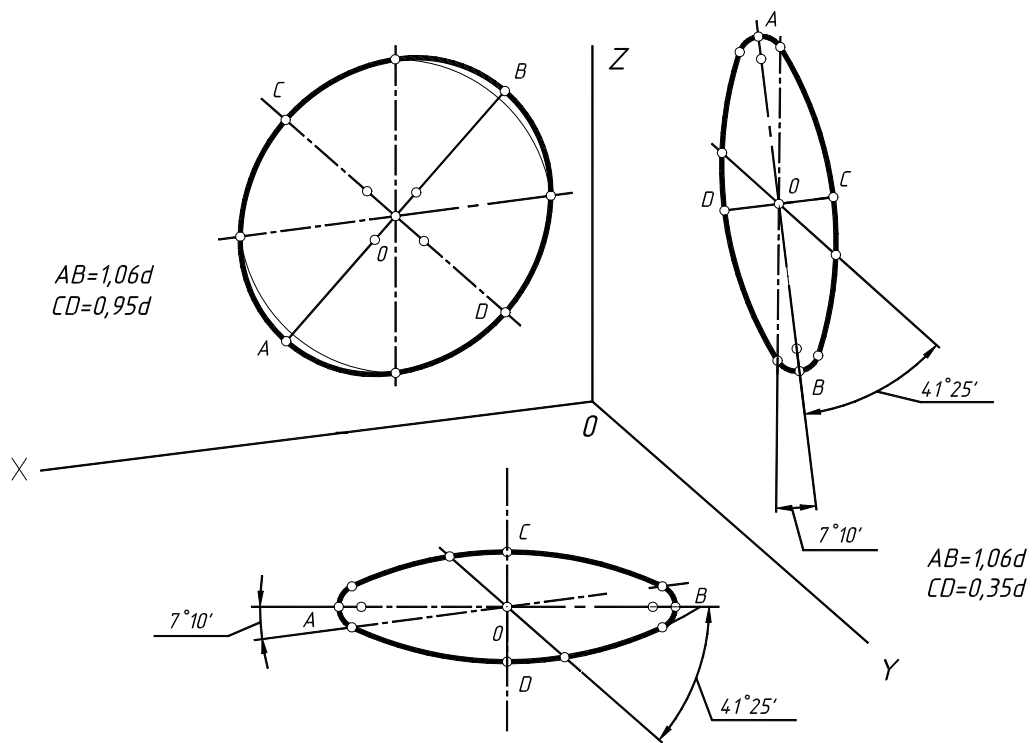


Рис. 4.5.

На рис. 4.6 приведены примеры выполнения диметрических проекций некоторых деталей.

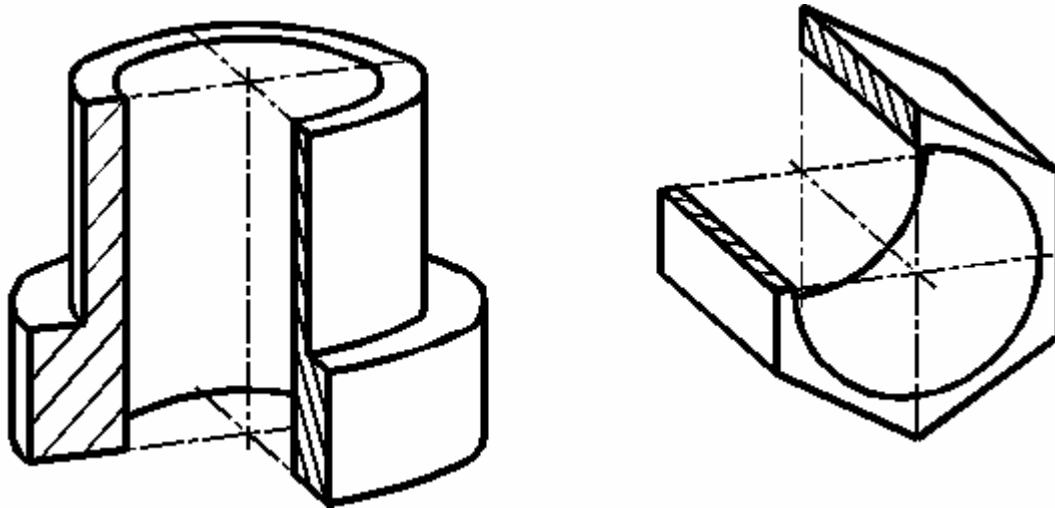


Рис. 4.6

4.4. КОСОУГОЛЬНАЯ ФРОНТАЛЬНАЯ ДИМЕТРИЯ

На практике часто бывает полезным построение такой аксонометрической проекции, в которой хотя бы одна из координатных плоскостей **не искажалась**. Очевидно, что для выполнения этого условия плоскость проекций должна быть параллельна одной из координатных плоскостей. При этом нельзя пользоваться ортогональным проецированием, так как координатная ось, перпендикулярная указанной координатной плоскости, изобразится точкой и изображение будет лишено наглядности. Поэтому пользуются косоугольным проецированием, при котором направление оси y выбирают так, чтобы углы между ней и осями x и z равнялись бы 135° (рис. 4.7), а показатель искажения $0,5$.

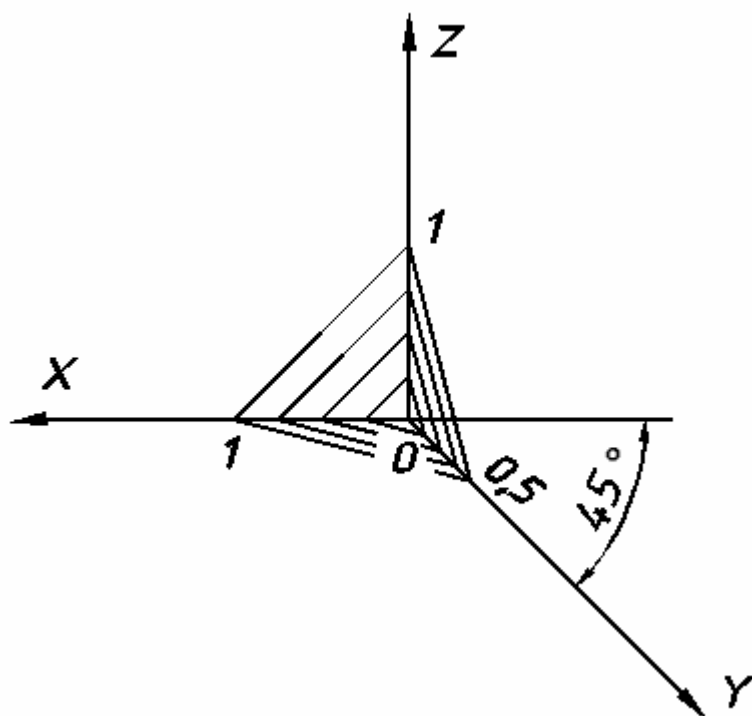


Рис. 4.7

Такую косоугольную аксонометрию называют фронтальной диметрией. Коэффициенты искажений по осям X и Z равны 1 , а по оси Y коэффициент искажений равен $0,5$.

На рис. 4.8 показаны проекции окружностей, расположенных в плоскостях, параллельных координатным.

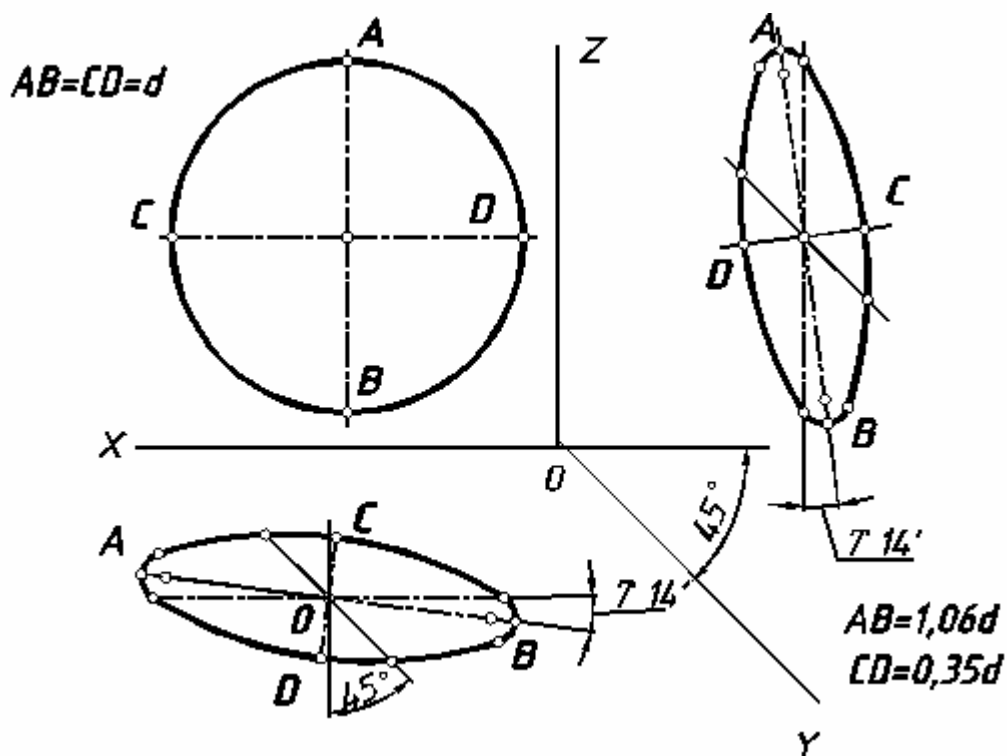


Рис. 4.8

Окружность, расположенная в плоскости xOz , спроецируется на плоскость проекций без искажения, а окружности, расположенные в плоскостях, параллельных координатным плоскостям xOy и xOz , спроецируются в виде эллипсов. Эти эллипсы обычно строят по сопряженным диаметрам.

На рис. 4.9 приведены примеры выполнения фронтальной косоугольной диметрии.

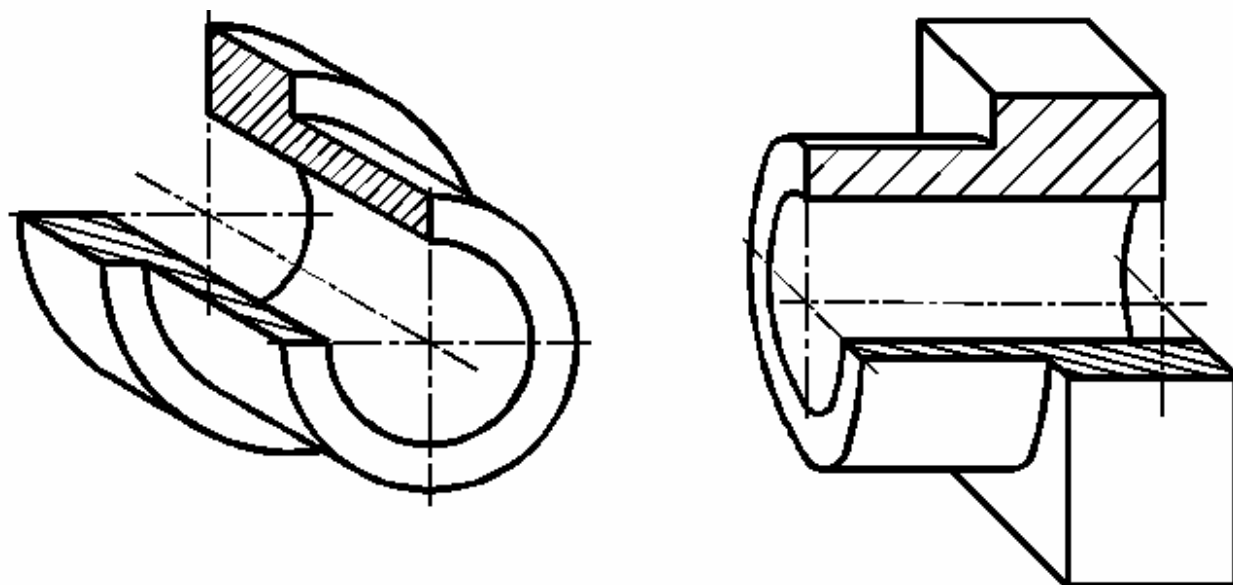


Рис. 4.9

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое аксонометрия?
2. Как получается аксонометрический чертеж?
3. Что такое показатель (коэффициент) искажения?
4. Какие виды аксонометрии вы знаете?
5. Как располагаются оси прямоугольной изометрии?
6. Чему равны натуральные и приведенные показатели искажения в прямоугольной изометрии?
7. Каков масштаб изображения в стандартной прямоугольной изометрии?
8. Постройте во фронтальной диметрии шестигранную призму.