

ЛЕКЦИЯ 2
(ПРОДОЛЖЕНИЕ ТЕМЫ «КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ»)

2.3. ПЛОСКОСТЬ

2.3.1. ЗАДАНИЕ ПЛОСКОСТИ НА ЧЕРТЕЖЕ

Любую плоскость определяют (рис. 2.14):

- а) три точки, не лежащие на одной прямой (A, B, C);
- б) прямая и точка, не лежащая на этой прямой (a, D, $D \notin a$);
- в) две пересекающиеся прямые ($a \cap b$);
- г) две параллельные прямые ($a \parallel b$);
- д) любая плоская фигура, например треугольник (A, B, C).

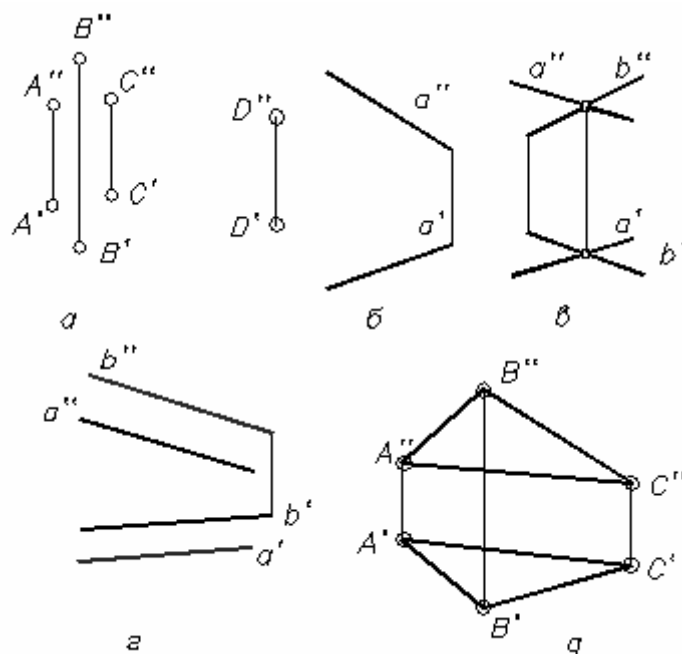


Рис. 2.14

На комплексном чертеже проекции плоскости задаются, но не ограничиваются проекциями элементов, ее определяющих.

Плоскость, не перпендикулярную ни одной из основных плоскостей проекций, называют **плоскостью общего положения**.

Плоскости, перпендикулярные или параллельные основным плоскостям проекций, называют **плоскостями частного положения**.

Плоскость, перпендикулярную одной из плоскостей проекций, называют **проецирующей**. Обычно проецирующие плоскости обозначаются греческими буквами α, β, γ . Различают горизонтально, фронтально и профильно проецирующие плоскости.

На комплексном чертеже одна из проекций проецирующей плоскости вырождается в прямую линию. Такая плоскость может быть задана одной своей вырожденной проекцией. На рис. 2.15 в качестве примера представлены **горизонтально** (а), **фронтально** (б) и **профильно** (в) проецирующие плоскости, заданные соответственно двумя параллельными прямыми, треугольником, точкой и прямой.

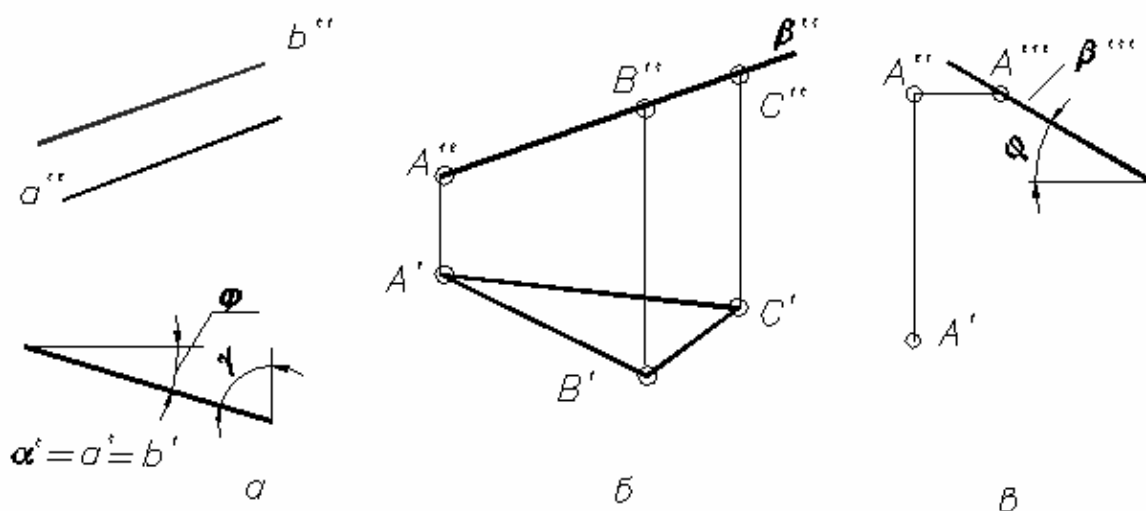


Рис. 2.15

Плоскость, параллельную одной из плоскостей проекций, называют **плоскостью уровня**. Такая плоскость – дважды проецирующая, поэтому на комплексном чертеже ее две проекции вырождены и имеют вид прямой, расположенной под прямым углом к линии связи, а третья проекция дает изображение всех элементов, лежащих в этой плоскости, в натуральную величину. На рис. 2.16 а, б, в изображены соответственно: γ – **горизонтальная**, δ – **фронтальная** и ϵ – **профильная** плоскости уровня, заданные соответственно точкой (она однозначно определяет положение плоскости уровня), треугольником, прямой и точкой.

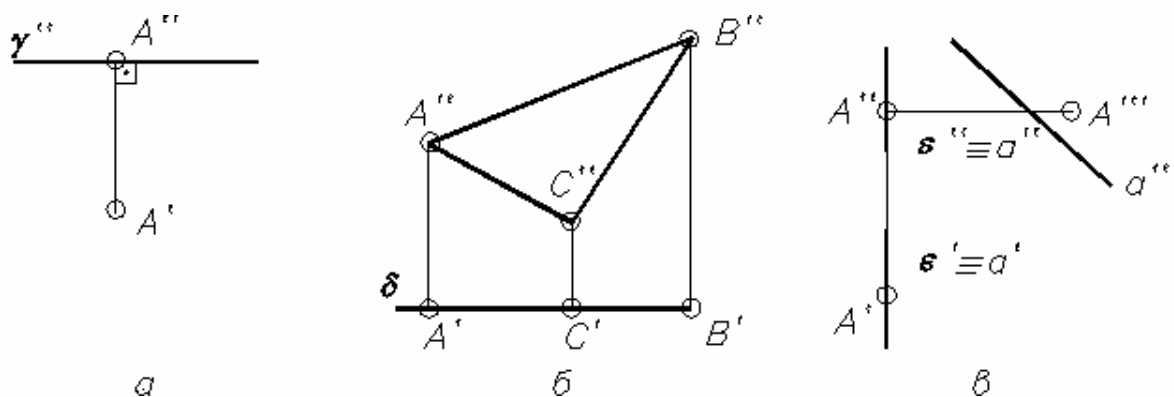


Рис. 2.16

2.3.2. ПРЯМАЯ И ТОЧКА В ПЛОСКОСТИ

Известно, что прямая принадлежит плоскости, если две ее точки принадлежат этой плоскости (рис. 2.17). Это положение записывается так:

$$1 \subset AB; 2 \subset BC \Rightarrow m(1,2) \subset \alpha(A,B,C).$$

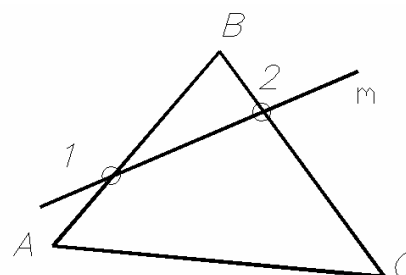


Рис. 2.17

В любой плоскости можно построить прямые, параллельные плоскостям проекций. Их называют **линиями уровня плоскостей**.

Линию уровня можно представить как линию пересечения данной плоскости с соответствующей плоскостью уровня.

Горизонталь плоскости h – это линия плоскости, параллельная горизонтальной плоскости проекций (рис. 2.18, а). Построение горизонтали начинают с ее фронтальной проекции, которая параллельна оси проекций: $h(A, l) \in \alpha(A, B, C)$; $A'' \in h''$; $h'' \perp A''A'$; $h'' \cap B''C'' = l''$; $l'' \parallel A''A'$; $l'' \cap B''C'' = l'$; $A'l' \subset h'$.

Фронталь плоскости f (рис. 2.18, б) параллельна Π_2 . Построение ее аналогично построению горизонтали плоскости, а начинают его с горизонтальной проекции f' , которая параллельна оси проекций.

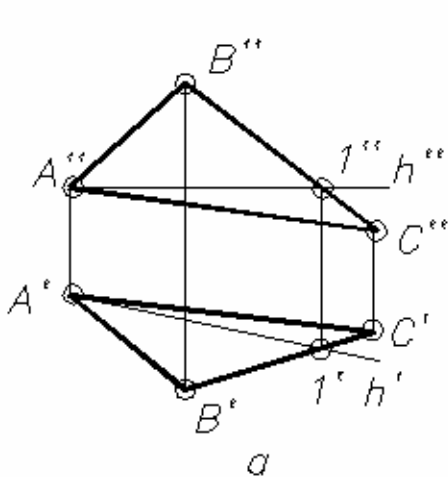


Рис. 2.18

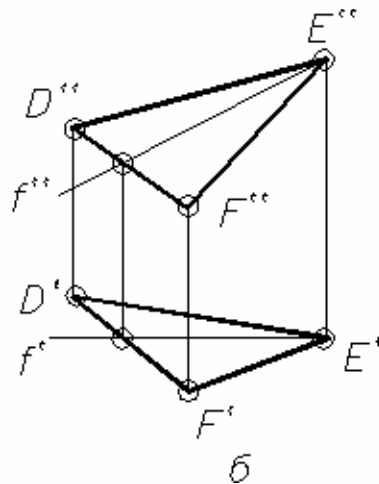
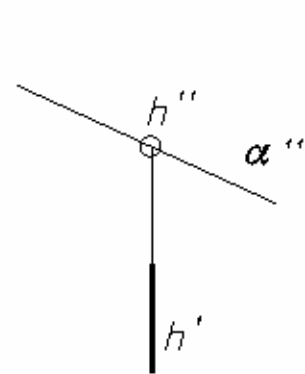


Рис. 2.19



Для плоскостей частного положения соответствующие линии уровня одновременно будут и проецирующими. Так, на рис. 2.19 изображена **фронтально проецирующая плоскость α** , горизонталь которой h является фронтально проецирующей прямой. Их фронтальные проекции α'' и h'' вырождены в прямую и в точку.

2.3.3. СЛЕДЫ ПЛОСКОСТИ

В плоскости можно провести **бесчисленное** множество горизонталей и фронталей. Все они параллельны друг другу. **Линии уровня**, лежащие в плоскостях проекций (линии нулевого уровня), называются **следами плоскости**, поскольку представляют собой линии ее пересечения с плоскостями проекций.

На рис. 2.20 представлены пространственная модель (рис. 2.20, а) и комплексный чертёж (рис. 2.20, б) плоскости $\alpha(a \cap b)$, а также построены ее следы h_0 и f_0 .

Для построения следов плоскости используют следы прямых ее образующих (см. раздел 2.2.1 рис. 2.4 и 2.5). Горизонтальный след плоскости проводят через два горизонтальных следа прямых, а фронтальный – через два фронтальных. Оба следа плоскости имеют общую точку схода O (см. рис. 2.20), лежащую на оси x . Поскольку одна из проекций следа прямой лежит на оси проекций, построение начинают с нее.

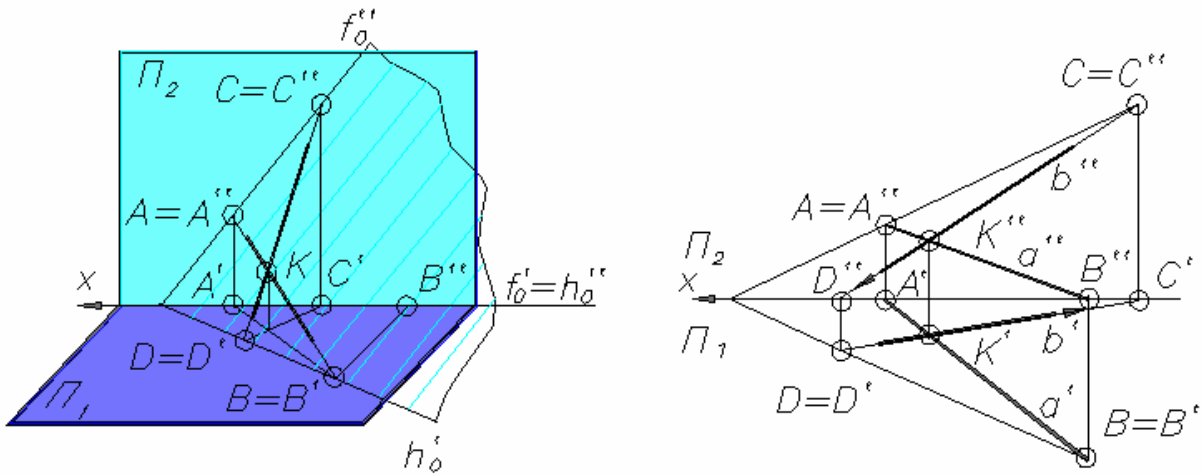


Рис. 2.20

Продолжая проекцию прямой, например b'' , до пересечения с осью x , получим фронтальную проекцию D'' горизонтального следа D прямой b . Далее из D'' проводим линию связи до пересечения с b' , в результате чего определяем горизонтальную проекцию следа, совпадающую с самим горизонтальным следом D . Подобным образом получим фронтальный след C прямой b : $C' = b' \cap x_12$; $C'C'' \perp x_12$; $C'C'' \cap b'' = C''$. $C''2 \cong C$. Делая аналогичные построения, определяют горизонтальный B и фронтальный A следы прямых a и b .

Для построения **горизонтали** плоскости, заданной следами (рис. 2.21, а), проводят фронтальную проекцию горизонтали h'' (рис. 2.21, б) до пересечения с фронтальным следом плоскости в точке M'' .

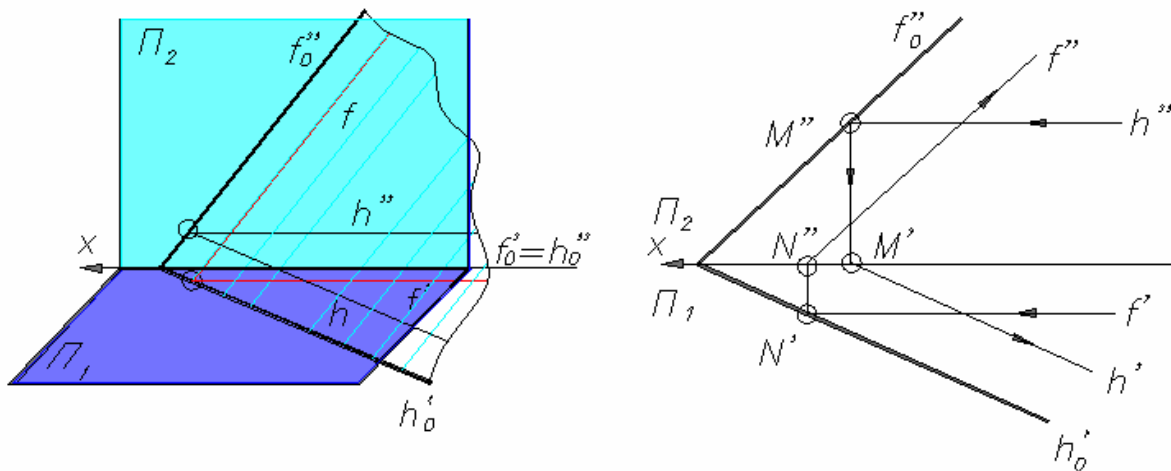


Рис. 2.21

Горизонтальная проекция M' точки M лежит на оси $x \cong h_2''$. Поскольку все горизонтали плоскости параллельны, то $h' \parallel h_0'$ и проходит через точку M' . Аналогично строят проекции f' и f'' **фронтали**.

Определение 1: Прямая принадлежит плоскости, если следы прямой находятся на одноименных с ними следах плоскости.

Определение 2: Прямая принадлежит плоскости, если она параллельна одному из следов этой плоскости и имеет с другим следом общую точку (см. рис. 2.21).

Построение точки в плоскости. Определение: Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости. Таким образом, чтобы построить точку, лежащую в плоскости, предварительно строят прямую, лежащую в заданной плоскости, и на этой прямой берут точку.

Пример: Задана плоскость треугольника ABC – две проекции, и горизонтальная проекция точки D'. Построить фронтальную проекцию точки D'' при условии, что точка D должна лежать в плоскости треугольника (рис. 2.22).

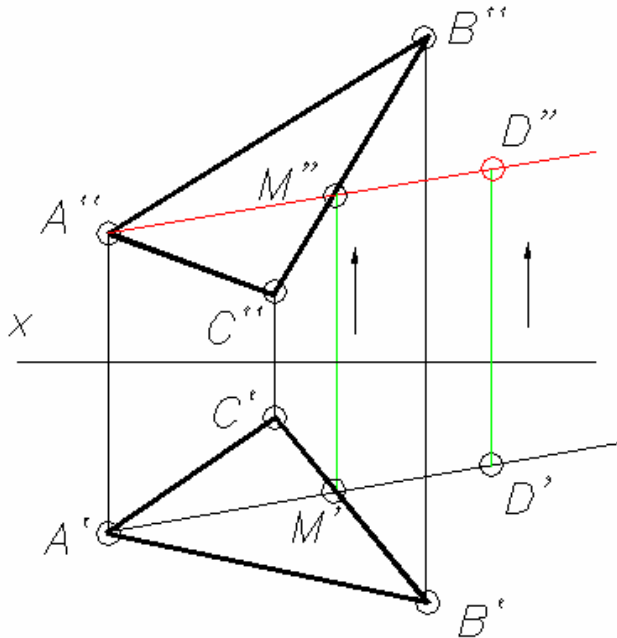


Рис. 2.22

Порядок построений: Сначала строят горизонтальную проекцию некоторой прямой, которая лежит в плоскости треугольника ABC и проходит через точку D. Для этого проводят прямую через точки A' и D' и отмечают точку M', в которой прямая A'D' пересекает отрезок B'C'. Построив фронтальную проекцию M'' на B''C'', получают прямую AM'', расположенную в данной плоскости. Искомая фронтальная проекция D'' точки D должна быть на фронтальной проекции прямой AM''.

2.4. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости параллельны в том случае, если две пересекающиеся прямые, принадлежащие одной плоскости, например AB и AC (рис. 3.6), параллельны двум пересекающимся прямым (a и b) другой.

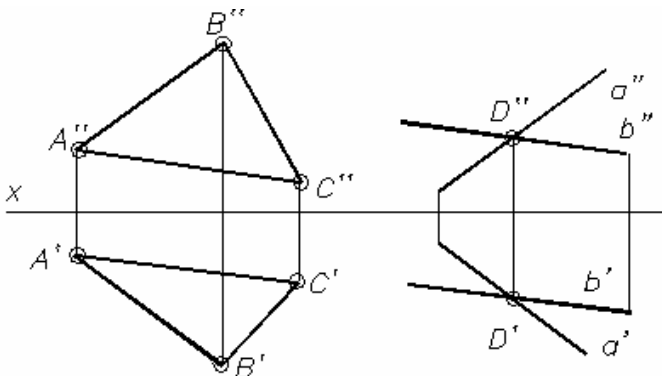


Рис. 3.6

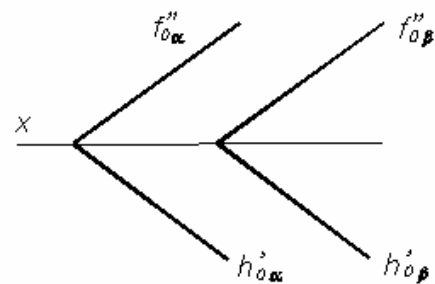


Рис. 3.7

Как следствие из этого определения вытекает: у параллельных плоскостей следы попарно параллельны (рис. 3.7).

Пример: Заданы плоскость α двумя параллельными прямыми l и m , и точка A в пространстве. Провести через эту точку плоскость, параллельную заданной (рис. 3.8).

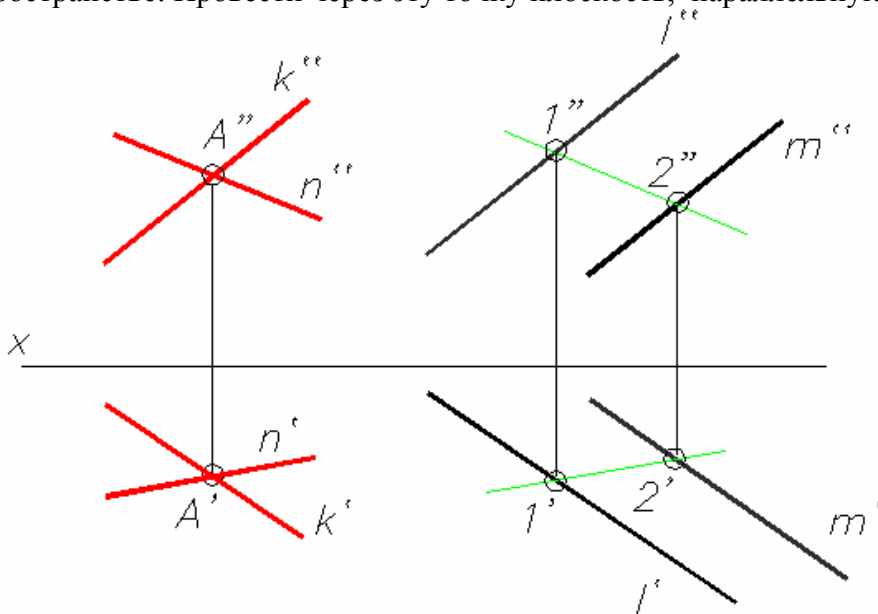


Рис. 3.8

Решение:

1. Через точку A проводим прямую k , параллельную прямым l и m , задающим плоскость α .
2. Для того, чтобы получить вторую прямую, проводим в плоскости α вспомогательную прямую $1-2$. Затем проводим через точку A прямую n , параллельную прямой $1-2$. Так как прямые попарно параллельны, то и плоскости, которые они задают, также будут параллельны.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называют следами плоскости?
2. Как определить видимость элементов пространства относительно данной плоскости проекций с помощью конкурирующих точек?
3. Покажите на примерах способы задания плоскости общего положения.
4. Покажите на примерах плоскости частного положения и назовите их.
5. Покажите на примерах особенности проецирующих плоскостей.
6. Покажите на примерах, как строят точки и линии в плоскости общего положения.
7. Покажите, как построить в плоскости общего положения горизонталь и фронталь.
8. Покажите, как построить в проецирующих плоскостях горизонтали и фронтали.
9. Можно ли провести проецирующую плоскость через прямую общего положения?
10. Покажите на примерах построение прямой и плоскости, параллельных плоскости общего положения.
11. Приведите примеры построения прямой линии, перпендикулярной проецирующей плоскости.
12. Как построить на чертеже плоскость, параллельную другой плоскости?